

Вступительные задания на Demo-Day магистратуры Нового физтеха

Правила:

Для прохождения на день магистратуры необходимо решить по крайней мере одно из предложенных заданий. Поскольку мы будем засчитывать только правильные ответы, настоятельно рекомендуем решить несколько заданий. Решения принимаются в любом виде, включая фото/скрины.

Задание 1.

Запишем уравнения Максвелла в вакууме в отсутствии свободных токов:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2)$$

Выпишите 6 уравнений для плоской волны, получающихся при разложении уравнений (1) и (2) по компонентам. Вывести и построить дисперсионное уравнение света, то есть зависимость $k(\omega)$ для ТЕ и ТМ поляризаций. Плоская волна может быть выражена в виде:

$$\mathbf{E} = (E_x; E_y; E_z)e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega t}, \mathbf{H} = (H_x; H_y; H_z)e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega t}, \mathbf{k} = (k_x; 0; k_z).$$

Задание 2.

Из уравнений Максвелла (1) и (2) вывести закон сохранения энергии электромагнитного поля (теорема Пойнтинга).

Задание 3.

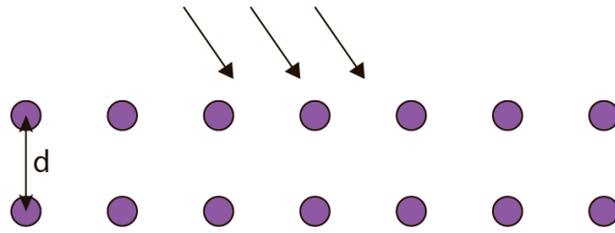
Вывести формулы Френеля при помощи электромагнитных граничных условий и получить формулу для угла Брюстера.

Задание 4.

Построить зависимость коэффициента отражения плоской электромагнитной волны от угла падения при падении из кремния в кварцевое стекло в ТЕ и ТМ поляризации на длине волны 1000 нм. Определить угол Брюстера и угол полного внутреннего отражения. Соответствующие показатели преломления для кремния и кварца принять равными 3.5 и 1.45 соответственно.

Задание 5.

Найти углы падения, соответствующие когерентному усилению рассеянной волны, для показанной ниже периодической решетки на длине волны $\lambda = 630$ нм. Период структуры $d = 750$ нм.



Задание 6.

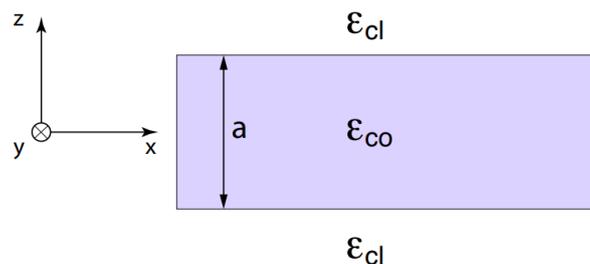
Решить уравнение Шредингера для частицы массой m в одномерной потенциальной яме длиной L с бесконечными потенциальными стенками. Найти собственные энергии и построить волновые функции частицы для первых трёх состояний.

Задание 7.

Частица с массой m находится в одномерном потенциале $F(x)$ в стационарном состоянии $\psi = A \exp(-\beta x^2)$, A и β - постоянные, причем $\beta > 0$. Решить уравнение Шредингера и найти значение энергии частицы и вид функции потенциала, если $F(0) = 0$.

Задание 8.

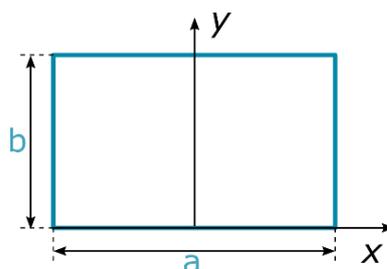
Из уравнений Максвелла, используя разделение поляризаций и граничные условия, найдите закон дисперсии волноводных мод оптического планарного симметричного диэлектрического волновода $k(\omega)$ [или $\omega(k)$].



Здесь, $\epsilon_{co} = 2.25$, $\epsilon_{cl} = 1$, $a = 4000$ нм.

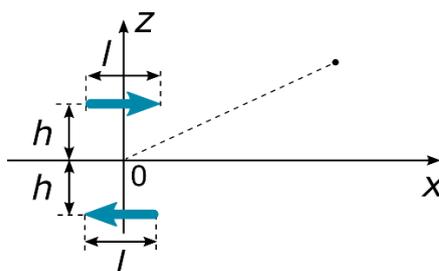
Задание 9.

В прямоугольном металлическом волноводе распространяется волна типа H_{10} (одномодовый режим). Определить точки (координаты по широкой стенке волновода), в которых поле имеет эллиптическую поляризацию с коэффициентом эллиптичности $\epsilon = 1/2$, (ϵ – отношение малой и большой полуосей эллипса).



Задание 10.

Определить напряженность электрического поля двух электрических диполей длиной l и амплитудами гармонических токов I и $-I$, расположенных как показано на рисунке. Поле определить на расстоянии r в плоскости ZOX при условии $r \gg l, h$; $l \ll \lambda$. Построить форму диаграммы направленности излучения в той же плоскости.



Задание 11.

Одним из первых синтетически полученных органических соединений, ранее имевших только природное происхождение, была мочевина или карбамид. Сейчас это самое распространенное азотное удобрение. Применяется карбамид также как добавка к кормам для жвачных животных, для производства некоторых пластмасс, лекарственных и косметических препаратов. Карбамид получают по реакции, предложенной русским химиком А.И. Базаровым (1868 г.): $\text{NH}_3 + \text{CO}_2$. Напишите уравнение реакции и предложите области применения замещенных карбамидов с примерами реакции в каталитических химических процессах.

Задание 12.

Во время проведения раскопок времен 2-й Мировой войны исследователями была обнаружена тонкостенная стеклянная ампула из темного стекла. При проведении лабораторных исследований химики, исследуя состав жидкости, найденной в кабине сбитого вражеского самолета, установили ее массовый состав: 22% углерода, 4,6% водорода и 73,3% брома, t кипения $+38^\circ\text{C}$. Определите молекулярную формулу этого соединения, укажите его класс и название. С какой целью по вашему мнению это вещество находилось в пилотской кабине самолета и почему стекло было темного цвета?