# Математическая физика / Mathematical Physics

|  |
| --- |
|  |

1.Название:

Математическая физика

2. Лектор: Игорь Попов

Ассистенты:

Lecturer: Igor Popov

Assistants:

3. Краткая аннотация (500-700 символов, на простом и доступном языке):

Short annotation (500-700 characters, in plain and simple language):

5. Название программы и семестр: бакалавриат «Техническая физика», 4-5 семестры

Study program and semester: bachelor program “Technical Physics”, 4-5 semesters

6. Детальное описание курса с разбиением по лекциям/семинарам/практикам:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Тема | Тип занятий |
| Глава 1. Одномерное волновое уравнение | | |
| 1 | Одномерное волновое уравнение. Метод Даламбера | Лекция |
| 2 | Метод продолжения. Метод продолжений для полуограниченной струны. Жесткое закрепление струны. Свободное закрепление струны. Конечная струна. | Лекция |
| 3 | Метод Фурье для конечной струны | Лекция |
| 4 | Метод Фурье для свободного закрепления струны. Вынужденные колебания струны. | Семинар |
| Глава 2. Одномерное уравнение теплопроводности | | |
| 5 | Одномерное уравнение теплопроводности. Метод Фурье для конечного стержня. | Лекция |
| 6 | Метод Фурье для конечного теплоизолированного стержня. Неоднородное уравнение теплопроводности. | Лекция |
| 7 | Уравнение теплопроводности с неоднородными краевыми условиями. Уравнение теплопроводности для бесконечного стержня. | Лекция |
| 8 | Задачи об установившихся процессах. Законы Фурье. | Семинар |
| 9 | Метод подобия в теории теплопроводности. Задача о возрасте Земли. | Семинар |
| Глава 3. Уравнение Лапласа | | |
| 10 | Уравнение Лапласа. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. | Лекция |
| 11 | Задача Дирихле для уравнения Лапласа в кольце. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике. | Семинар |
| Глава 4. Теоремы единственности | | |
| 12 | Теорема единственности для уравнения струны. Теорема единственности для уравнения теплопроводности. | Лекция |
| 13 | Формулы Грина в трехмерном случае. Следствия из формул Грина. | Лекция |
| 14 | Теорема единственности для уравнения Лапласа. Вторая формула Грина в пространстве . | Лекция |
| Глава 5. Классификация линейных уравнений в частных производных | | |
| 15 | Классификация линейных уравнений в частных производных в пространстве . | Лекция |
| 16 | Классификация линейных уравнений в частных производных в пространстве . | Семинар |
| Глава 6. Функция Грина обыкновенного дифференциального оператора. | | |
| 17 | Функция Грина обыкновенного дифференциального оператора. Функция Грина задачи Штурма-Лиувилля. | Лекция |
| Глава 7. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа | | |
| 18 | Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Инвариантность функции Грина относительно перестановки аргументов. | Лекция |
| 19 | Метод изображений. Функции Грина для различных двугранных углов. Функция для слоя между двумя параллельными плоскостями. | Семинар |
| 20 | Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре. | Лекция |
| 21 | Метод инверсий. Функция Грина задачи Дирихле для двух касающихся шаров. | Семинар |
| Глава 8. Уравнение Гельмгольца | | |
| 22 | Уравнение Гельмгольца. Задача Дирихле для уравнения Гельмгольца. | Лекция |
| 23 | Формулы Грина для оператора Гельмгольца в пространстве . Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца. | Лекция |

Detailed content and structure with sectioning of lectures/seminars:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Тема | Тип занятий |
| Chapter 1. One-dimensional wave equation | | |
| 1 | One-dimensional wave equation. D’Alambert method | Lecture |
| 2 | Continuation method. The continuation method for a semi-bounded string. Hard string fastening. Free string anchorage. Finite string. | Lecture |
| 3 | Fourier method for finite string. | Lecture |
| 4 | Fourier method for free string fixing. Forced vibrations of the string. | Seminar |
| Chapter 2. One-dimensional heat conduction equation | | |
| 5 | One-dimensional heat equation. Fourier method for a finite rod. | Lecture |
| 6 | Fourier method for the finite heat-insulated rod. Inhomogeneous heat equation. | Lecture |
| 7 | Heat equation with non-uniform boundary conditions. The heat equation for an infinite rod. | Lecture |
| 8 | Tasks about established processes. Fourier laws. | Seminar |
| 9 | The method of similarity in the theory of heat conduction. The task of the age of the Earth. | Seminar |
| Chapter 3. Laplace equation | | |
| 10 | Laplace equation. The Dirichlet problem for the Laplace equation in a circle. | Lecture |
| 11 | The Dirichlet problem for the Laplace equation in a ring. The Dirichlet problem for the Laplace equation in a rectangle. | Seminar |
| Chapter 4. Uniqueness Theorems | | |
| 12 | Uniqueness theorem for string equation. The uniqueness theorem for the heat equation. | Lecture |
| 13 | Green formulas in the three-dimensional case. Corollaries from Green's formulas. | Lecture |
| 14 | The uniqueness theorem for the Laplace equation. Green's second formula in  space. | Lecture |
| Chapter 5. Classification of linear partial differential equations | | |
| 15 | Classification of linear partial differential equations in space. | Lecture |
| 16 | Classification of linear partial differential equations in space. | Seminar |
| Chapter 6. The Green function of an ordinary differential operator | | |
| 17 | Green function of an ordinary differential operator. Green function of the Sturm-Liouville problem. | Lecture |
| Chapter 7. The Green function of the Dirichlet problem for the Laplace equation | | |
| 18 | The Green function of the Dirichlet problem for the Laplace equation. Invariance of the Green function with respect to the permutation of arguments. | Lecture |
| 19 | Image method. Green functions for different dihedral angles. The function for a layer between two parallel planes. | Seminar |
| 20 | The Green function of the Dirichlet problem for the Laplace equation in a circle. The Green function of the Dirichlet problem for the Laplace equation in a ball. | Lecture |
| 21 | Inversion method. The Green function of the Dirichlet problem for two touching balls. | Seminar |
| Chapter 8. Helmholtz Equation | | |
| 22 | Helmholtz equation. Dirichlet problem for the Helmholtz equation. | Lecture |
| 23 | Green's formulas for the Helmholtz operator in  space. The Green function of the Dirichlet problem for the Helmholtz equation. | Lecture |

7. Рекомендованная литература:

1. Лобанов И.С., Попов А.И., Попов И.Ю., Трифанов А.И. Типовой расчет по математической физике. Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 2018 – 39 с. <http://books.ifmo.ru/book/2189/tipovoy_raschet_po_matematicheskoy_fizike:_uchebno-metodicheskoe_posobie_/_recenzenty:_miroshnichenko_g._p.,_uzdin_v._m..htm>
2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. Москва: Физматлит, 2004. – 400 с.
3. Власова Е.А., Марчевский И.К. Элементы функционального анализа. Санкт-Петербург: Лань, 2015. – 400 с.
4. Тихонов А.Н, Самарский А.А. Уравнения математической физики. Москва: Наука, 2004. – 798 с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том II / Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой: 24-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. - 848 с.
6. Блинова И.В., Попов И.Ю., Трифанова Е.С. Типовые расчеты по фунциональному анализу. Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 2011 – 24 с. <https://books.ifmo.ru/book/647/tipovye_raschety_po_funkcionalnomu_analizu.htm>
7. Попов И.Ю. Математическая физика. Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 2005 – 105 с.
8. Блинова И.В., Попов И.Ю. Простейшие уравнения математической физики. Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 2009 – 59 с. <https://books.ifmo.ru/book/488/prosteyshie_uravneniya_matematicheskoy_fiziki._uchebnoe_posobie.htm>
9. Колоколов И.В., Кузнецов Е.А., Мильштейн А.И., Подивилов Е.В., Черных А.И., Шапиро Д.А., Шапиро Е.Г. Задачи по математическим методам физики. Изд. 4-е. – Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009 – 288 с.

Textbooks:

* + - 1. Lobanov I.S., Popov A.I., Popov I.Yu., Trifanov A.I. Problems for individual work in mathematical physics. ITMO University, St. Petersburg, 2018 - 39 p. <http://books.ifmo.ru/book/2189/tipovoy_raschet_po_matematicheskoy_fizike:_uchebno-metodicheskoe_posobie_/_recenzenty:_miroshnichenko_g._p.,_uzdin_v._m..htm>
      2. Vladimirov V.S., Zharinov V.V. Equations of mathematical physics. Moscow: Fizmatlit, 2004. - 400 p.
      3. Vlasova E.A., Marchevsky I.K. Elements of functional analysis. St. Petersburg: Lan, 2015. - 400 p.
      4. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. Equations of mathematical physics. Moscow: Science, 2004. - 798 p.
      5. Smirnov V.I. The course of higher mathematics. Volume II / Prev L. D. Faddeeva, before. and approx. E. A. Grinina: 24th ed. - SPb .: BHV-Petersburg, 2008. - 848 p.
      6. Blinova I.V., Popov I.Yu., Trifanova E.S. Problems for individual work in functional analysis. ITMO University, St. Petersburg, 2011 - 24 p. https://books.ifmo.ru/book/647/tipovye\_raschety\_po\_funkcionalnomu\_analizu.htm
      7. Popov I.Yu. Mathematical physics. ITMO University, St. Petersburg, 2005 - 105 p.
      8. Blinova I.V., Popov I.Yu. The simplest equations of mathematical physics. ITMO University, St. Petersburg, 2009 - 59 p. https://books.ifmo.ru/book/488/prosteyshie\_uravneniya\_matematicheskoy\_fiziki.\_uchebnoe\_posobie.htm
      9. Kolokolov I.V., Kuznetsov E.A., Milshtein A.I., Podivilov E.V., Chernykh A.I., Shapiro D.A., Shapiro E.G. Problems in mathematical methods of physics. Ed. 4th - Moscow: LIBROCOM Book House, 2009 - 288 p.

8. Предварительно пройденные курсы, необходимые для изучения предмета:

Математический анализ, алгебра и геометрия, дифференциальные уравнения.

Course prerequisites:

Mathematical analysis, algebra and geometry, differential equations.

9. Тип самостоятельных заданий:

Задача 1.

Решить начально-краевую задачу для уравнения струны:



Задача 2.

Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности:



Задача 3.

Решить граничную задачу для оператора Лапласа в заданной области:



Задача 4.

Привести уравнение к каноническому виду в каждой из областей, где его тип сохраняется:



Задача 5.

Построить функцию Грина (если она существует) данного дифференциального оператора:

.

Задача 6.

Построить функцию Грина для дифференциального оператора второго порядка:

.

Задача 7.

Написать формулу Грина и найти формально сопряженное дифференциальное выражение:

.

Задача 8.

Используя метод изображений, найти функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в указанной области:

, внутренность двугранного угла величиной .

Assignments:

Task 1.

Solve the initial-boundary value problem for the string equation:



Task 2.

Solve the initial-boundary value problem for the heat equation:



Task 3.

Solve the boundary problem for the Laplace operator in a given domain:



Task 4.

To bring the equation to the canonical form in each of the areas where its type is preserved:

Task 5.

Construct the Green function (if it exists) of the given differential operator:.

Task 6.

Build the Green function for a second order differential operator:.

Task 7.

Write Green's formula and find a formally adjoint differential expression:.

Task 8.

Using the image method, find the Green function of the Dirichlet problem for the Laplace equation in the specified region:

, dihedral angle interior of .

10. Как оценивается успеваемость по курсу:

|  |  |
| --- | --- |
| Максимальное количество баллов за курс | 100 |
| Индивидуальное задание | 40 |
| Выполнение контрольных работ | 20 |
| Работа на практических занятиях | 20 |
| Экзамен | 20 |

Grading policy:

|  |  |
| --- | --- |
| Highest final grade for the course | 100 |
| Individual task | 40 |
| Tests | 20 |
| Work on practical classes | 20 |
| Exam | 20 |

11. Дополнительные комментарии:

Additional comments: