# Теория функций комплексного переменного

Theory of functions of a complex variable

1.Название: Теория функций комплексного переменного

Course title: Theory of functions of a complex variable



2. Лектор: Ю.С. Белов

Ассистенты: Е.А. Кучерук

Lecturer: Yu. Belov

Assistants: E. Kucheruk

3. Краткая аннотация (500-700 символов, на простом и доступном языке):

Теория функций комплексного переменного изучает аналитические функции, то есть функции похожие по поведению на полиномы (конечной или бесконечной степени). Под бесконечной степенью имеется в виду степенной ряд, который мы рассматриваем внутри круга сходимости.

Комплексный анализ - один из самых красивых разделов математического анализа, имеющий приложения во многих задачах математики и теоретической физики. Например, интегрирование по контуру позволяет вычислять многие сложные интегралы, которые невозможно точно вычислить другим способами. Другой красивый пример – большая теорема Пикара, которая утверждает, что аналитическая функция принимает все значения (за исключением, быть может, одного) в любой окрестности существенной особенности.

Short annotation (500-700 characters, in plain and simple language):

Theory of functions of a complex variable is the study of holomorphic functions. Holomorphic functions are the functions most like polynomials. They are the “polynomials of finite or infinite degree” with complex number coefficients. “Infinite degree” means “power series”, with the restriction that we only use power series at places where they are convergent.

Complex analysis is one of the most beautiful of all subjects because its functions have so many nice properties and because it interacts in deep ways with so many other branches of mathematics and physics.  Contour integration, for example, provides a method of computing difficult integrals. Another example is Picard’s great theorem, which states that an analytic function assumes every complex number, with possibly one exception, infinitely often in any neighborhood of an essential singularity.

5. Название программы и семестр: бакалавриат “ Теория функций комплексного переменного”, 4-й семестр.

Study program and semester: Bachelor program “Theory of functions of a complex variable”, 4-th semester.

6. Детальное описание курса с разбиением по лекциям/семинарам/практикам:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Тема | Тип |
| 1 | Аналитические и голоморфные функции | Лекция+ практика |
| 2 | Уравнения Коши-Римана, дифференцируемость по комплексной переменной  | Лекция+ практика |
| 3 | Замкнутые и точные формы, формула Грина | Лекция+ практика |
| 4 | Формула Коши, теорема Лиувилля | Лекция+ практика |
| 5 | Сходимость голоморфных функций | Лекция |
| 6 | Теоремы единственности, принцип максимума | Лекция |
| 7 | Гармонические функции, теорема о среднем | Лекция+ практика |
| 8  | Функции аналитические в кольце, ряды Лорана | Лекция+ практика |
| 9 | Классификация особенностей, теорема Сохоцкого | Лекция |
| 10 | Теорема о вычетах, вычисление интегралов при помощи вычетов | Лекция+ 3 практики |
| 11 | Принцип аргумента, теорема Руше, подсчет нулей аналитических функций | Лекция+ 2 практики |
| 12 | Мероморфные функции, теорема Миттаг-Леффлера | Лекция+ практика |
| 13 | Однолистные функции, конформные отображения | Лекция+ 3 практики |
| 14 | Теорема Римана | Лекция |
| 15 | Принцип симметрии Шварца, модулярная функция | Лекция+ практика |
| 16 | Автоморфизмы диска и верхней полуплоскости | Лекция+ практика |
| 17 | Формулы Кристоффеля-Шварца | Лекция+ 2 практики |
| 18 | Аналитическое продолжение, Римановы поверхности | Лекция+ практика |
| 19 | Гамма функция | Лекция |
| 20 | Целые функции, факторизация | Лекция+ практика |
| 21 | Порядок и тип целой функции, примеры | Лекция+ практика |
| 22 | Матрица монодромии | Лекция+ практика |
| 23  | Применение комплексного анализа в спектральной теории | Лекция |
| 24 | Запасное | Лекция+ практика |

Detailed content and structure with sectioning of lectures/seminars:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Topic | Classes type |
| 1 | Analytic and Holomorphic functions  | Lecture + seminar |
| 2 | Cauchy-Riemann equations, complex differentiability | Lecture + seminar |
| 3 | Closed and exact differential form, Green formula | Lecture+ seminar |
| 4 | Cauchy formula, Liouville theorem | Lecture+ seminar |
| 5 | Convergence of holomorphic functions | Lecture |
| 6 | Uniqueness theorems, maximum principle | Lecture |
| 7 | Harmonic functions, mean value theorem for harmonic functions | Lecture + seminar |
| 8  | Functions analytic on annulus, Loran series | Lecture + seminar |
| 9 | Classification of singularities, Sokhotski theorem | Lecture |
| 10 | Residue theorem, calculation of integrals by residue theorem | Lecture+ 3 seminars |
| 11 | Argument principle, Rouches theorem, calculating of number of zeroes | Lecture+ 2 seminars |
| 12 | Meromorphic functions. Mittag-Leffler theorem | Lecture + seminar |
| 13 | Univalent functions, conformal mappings | Lecture+ 3 seminars |
| 14 | Riemann theorem | Lecture |
| 15 | Schwarz simmetry principle, Modular function | Lecture+ seminar |
| 16 | Automorphisms of the unit disk and upper halfplane | Lecture + seminar |
| 17 | Christoffel-Schwarz formulas | Lecture + 2 seminars |
| 18 | Analytic continuation, Riemann surfaces | Lecture + seminar |
| 19 | Gamma function | Lecture |
| 20 | Entire function, factorization | Lecture + seminar |
| 21 | Order and type of entire functions, examples | Lecture + seminar |
| 22 | Monodromy matrix | Lecture + seminar |
| 23  | Complex analysis in spectral theory | Lecture |
| 24 | Reserve | Leсture + seminar |

7. Рекомендованная литература:

# Б.В. Шабат, Введение в комплексный анализ. Функции одного переменного. Часть 1, 2015 г, URSS, 336 стр.

# Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного, 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит. 1973. — 749 с

1. **Евграфов М.А. (ред.) Сборник задач по аналитической теории функций (2-е изд.). М.: Наука, 1972**
2. **Волковыский Л. И., Лунц Г. Л., Араманович И. Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. — М. 2004, 4-е изд.**

Textbooks:

1. Conway, J. B. Functions of One Complex Variable, New York: Springer-Verlag, 1995.

2. Real and complex analysis. By Walter Rudin. McGraw-Hill, New York, 1966. 412 pp.

8. Предварительно пройденные курсы, необходимые для изучения предмета:

Математический анализ.

Course prerequisites: Mathematical analysis

9. Тип самостоятельных заданий (пожалуйста, приложите также несколько примеров):

В курсе запланирован цикл домашних заданий для иллюстрации и лучшего понимания основного материала курса (около 10 задач различной сложности). В рамках семинарских занятий студенты самостоятельно решают задачи в аудитории.

Assignments (please, attach a couple of examples): There is a block of home problems, which are aim to help student in mastering the course (10 problems of various level).

During seminar classes the students are supposed to solve problems in class

10. Как оценивается успеваемость по курсу:

|  |  |
| --- | --- |
| Максимальное количество баллов за курс | 100 |
| Максимальное количество баллов за индивидуальное домашнее задание | 30 |
| Максимальное количество баллов за финальный устный экзамен | 70 |

Grading policy:

11. Дополнительные комментарии:

Additional comments: