Численные методы решения обратных задач

Лекторы:
Михаил Маслаков

Язык:
Русский

Трудоемкость:
4 з.е.

Форма контроля:
Дифф. зачет

Образовательная программа:
Теоретическая и экспериментальная физика
7 семестр

Пререквизиты:
Методы оптимизации
Численные методы
Уравнения математической физики

Лекции (ак.час)*	Практические занятия (ак.час)	Лабораторные занятия (ак.час)
32	32	
*1 академический час = 45 минутам		

Обратные задачи встречаются в различных областях науки, в частности, компьютерной томографии, оптике (восстановление изображений), обработке сигналов, электротехнике, механике, теории управления, астрономии и др. Большинство этих задач сводятся к решению интегральных уравнений, представляющих собой математическую модель при изучении различных воздействий и систем (объектов), а также их параметров. При этом в силу специфики конкретных задач нельзя выделить один универсальный метод для их численного решения.
В рамках курса будет дано определение обратной некорректно поставленной задачи, их примеры, приемы построения регуляризирующих алгоритмов и принципы выбора параметра регуляризации в зависимости от априорных сведений о решении и целевой функции – показателя качества искомого решения. Дополнительно рассматривается ряд практических задач: численное дифференцирование приближенных функций, устойчивое суммирование рядов, задачи адаптивной фильтрации, некоторые методы робастного оценивания, фильтр Калмана, решение нелинейных обратных задач.

Содержание курса

7 семестр

Численные методы решения обратных задач

Структура курса

Разделы	Лекции (ак. ч.)	Практика (ак. ч.)
1. Методы численного решения уравнений Вольтерры и Фредгольма 1-го и 2-го рода		
Определение и примеры обратных задач. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. - Интегральные уравнения Вольтерры и Фредгольма 1-го и 2-го рода, уравнение свертки. Линейные и нелинейные системы. - Метод квадратур. - Метод последовательных приближений (простой итерации). - Дифференцирование уравнений. - Сведение уравнений. - Решение уравнений с вырожденными ядрами.	10	10
2. Методы регуляризации		
Регуляризирующий оператор. - Метод регуляризации Лаврентьева. - Метод регуляризации Бакушинского. - Метод регуляризации Тихонова. - Выбор параметра регуляризации. Метод невязки. - Метод регуляризации Тихонова применительно к уравнениям типа свертки. - Квазиоптимальные методы для выбора параметра регуляризации в методах Тихонова и Лаврентьева. - L p регуляризация. Понятие регуляризирующего итерационного алгоритма. - Алгоритм Фридмана, Ландвебера-Фридмана. - Критерии останова. - Обобщенный метод минимальных невязок (итерационный алгоритм RRGMRES). - Метод регуляризации сдвигом. - Непараметрическая регуляризация. - Решение СЛАУ с плохообусловленными матрицами.	12	12
3. Методы решения некоторых практических задач		
Применение преобразований Фурье (косинус, синус), Хартли, Меллина, Лапласа, z-преобразование. - Преобразование Гильберта как обратная задача. - Задача численного дифференцирования зашумленных функций. - Устойчивое суммирование рядов с приближенными коэффициентами. - Задачи адаптивной фильтрации. Особенности выбора параметра регуляризации. - Алгоритмы LMS и NLMS. - Алгоритм RLS - Алгоритм RANSAC. - Некоторые робастные методы устойчивого оценивания. - Фильтр Калмана - Применение некоторых методов для решения нелинейных уравнений. - Методы статистической регуляризации. - Обратные задачи при обработке изображений.	10	10

Рекомендуемые ресурсы

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Учебное пособие. – Изд. 3-е испр. – М.: Наука, 1986.
2. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. – Киев: Наукова думка, 1986.
3. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.
4. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения. – М.: Изд-во «Факториал-Пресс», 2000.
5. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям: Точные решения. – М.: Изд-во «Факториал-Пресс», 1998.
6. Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю. Итерационные методы решения некорректных операторных уравнений с гладкими операторами. – М.: УРСС, 2002.

7. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач: Очерк теории, праткические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
8. Сизиков В.С. Обратные прикладные задачи и MATLAB. СПб.: Лань, 2011.
9. Tarantola A. Inverse Problem Theory and Methods for model Parameter Estimation. – Philadelphia: SIAM, 2005.
10. Santamarina J.C., Fratta D. Discrete Signals and Inverse Problems. – John Wiley & Sons, Ltd, 2005.
11. Джиган, В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013.
12. Haykin, S. Adaptive filter theory, 5th edition. – London: Pearson Education, 2014.
13. Lu S., Pereverzev S.V. Regularization Theory for Ill-posed Problems. – De Gruyter, Berlin, 2013.
14. Kaipio J., Somersalo E. Statistical and computational inverse problems. – New York: Springer, 2005.
15. Cichoki A., Amari S. Adaptive Blind Signal and Image Processing. – John Wiley & Sons, Ltd, 2002.

Политика оценивания

Оценочные средства дисциплины: домашние задания, практические задания, индивидуальные занятия (не обязательно), дифференцированный зачет.

В течение семестра проводятся практические занятия с целью закрепления теоретических и практических навыков материала, излагаемого на лекциях. Предлагаемые задания выполняются на занятиях в аудитории и в качестве домашних заданий. По некоторым темам дисциплины могут быть предложены дополнительные (индивидуальные) задания разной сложности, которые не являются обязательными, но позволяют получить дополнительные баллы.
Дифференцированный зачет (зачет с оценкой) складывается из баллов за выполнение практической части (Часть 1) и оценки за усвоение теоретического материала (Часть 2 - ответы на вопросы в конце семестра). Максимальное количество баллов 100.
Для допуска ко второй части дифференцированного зачета необходимо выполнить не менее 75% практических заданий при получении минимум 45 баллов, максимально количество - 65.
Максимальное количество баллов за вторую часть – 35.
Общая итоговая оценка формируется исходя из количества баллов: от 90 до 100 – «отлично», от 75 до 90 – «хорошо», от 60 до 75 – «удовлетворительно».
При невыполнении минимальных требований по любому из пунктов студент получает оценку «неудовлетворительно».