Теория групп

Лекторы:
Андрей Мудров

Язык:
Русский

Трудоемкость:
3 з.е.

Форма контроля:
Экзамен

Образовательная программа:
Теоретическая и экспериментальная физика
5 семестр
Беспроводные технологии
5 семестр

Пререквизиты:
Линейная алгебра
Общая физика: механика
Математический анализ

Лекции (ак.час)*	Практические занятия (ак.час)	Лабораторные занятия (ак.час)
32	32	
*1 академический час = 45 минутам		

В курсе излагаются основные понятия и результаты теории групп и их представлений, лежащие в основе математических методов симметрийного анализа физических систем. Помимо дискретных групп конечного порядка, которым в курсе уделено основное внимание, студенты также познакомятся с примерами основных матричных непрерывных групп, таких как полная линейная, ортогональная и унитарные группы. Студенты узнают, как классифицируются собственные состояния различных физических систем, как выводятся правила отбора и определяются независимые компоненты материальных тензоров.

Содержание курса

5 семестр

Теория групп

Структура курса

Разделы	Лекции (ак. ч.)	Практика (ак. ч.)
1. Конечные группы		
• Аксиомы группы, таблицы умножения для конечных групп, подгруппы, нормальные подгруппы, фактор-группы, гомоморфизмы, прямое произведение групп. Абелевы группы. Циклические группы.	4	4
2. Представления конечных групп		
• Геометрическая мотивация: действие группы на множествах, орбиты. Левое и правое действие группы на себе. Классы смежности. Теорема Лагранжа. Симметрическая группы, диэдральная группа. • Группа обратимых линейных преобразований. Представления групп. Гомоморфизмы представлений. Квантово-механическая интерпретация. • Операции с представлениями: тензорные произведения, прямые суммы. Инвариантные подпространства. Теорема Машке для конечных групп, полная приводимость. • Неприводимые представления, кратности, изотипические компоненты. Теорема Шура. • Действие группы на себе сопряжением, классы сопряженности, центральные функции, характеры, операции с характерами. Регулярное представление. • Классификация неприводимых представлений с помощью классов сопряженности. • Структура регулярного представления, теорема Бернсайда. • Таблицы характеров. • Соотношения ортогональности для функций на группе. • Групповая алгебра. • Индуцированные представления. Теорема Фробениуса. • Классы сопряженности симметрической группы. • Диаграммы и таблицы Юнга, симметризаторы Юнга. • Неприводимые представления симметрической группы. • Точечные группы, классификация. Таблицы характеров.	16	16
3. Кристаллографические группы		
• Свободные Абелевы группы (решетки), кристаллографические группы, классификация сингоний.	4	4
4. Группы и алгебры Ли		
• Задача о нормальных колебательных модах молекулярных систем. • Группа SO(3) и ее алгебра Ли. Оператор углового момента. • Конечномерные представления SO(3). • Двузначные представления SO(3), группа SU(2) и гомоморфизм SU(2)-> O(3) • Разложение тензорного произведения представлений SO(3). Коэффициенты Клебша-Гордана. • Квантовая механика свободного атома, приложение теории групп. • Спин, спин-орбитальное взаимодействие, расщепление уровней энергии, правила отбора.	8	8

Рекомендуемые ресурсы

1. В. Хейне, Теория групп в квантовой механике. М.: ИЛ, 1963. - С. - 522.
2. Исаев А. П., Рубаков В. А. Теория групп и симметрий. Конечные группы. Группы и алгебры Ли. — Москва, Россия: URSS, 2018. — С. 504.
3. Dresselhaus M. S., Dresselhaus G., Jorio A. Group Theory. Application to the Physics of Condensed Matter. - Berlin: Springer, 2008. - P. 582.
4. Ramond P. Group Theory. A Physicist’s Survey. — Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2010.-P 310.

5. Zee A. Group Theory in a Nutshell for Physicists. — Woodstock, UK: Princetone University Press, 2016. -P. 613.
6. Wolfram T., Ellialtioglu S. Applications of Group Theory to Atoms, Molecules, and Solids. — Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2014. — P. 471.
7. E1-Batanouny M., Wooten F. Symmetry and Condensed Matter Physics. — 4th edition. — Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2008. -P. 922.
8. Hergert W.. Geilhufe R. M. Group Theory in Solid State Physics and Photonics. Problem Solving with Mathematica. - Weinheim, Germany : Wiley, 2018. - P. 364.
9. Geilhufe R. M., Hergert W. Gtpack: A Mathematica Group Theory Package for Application in Solid- State Physics and Photonics // Frontiers in Physics. — 2018. — Vol. 6. — P. 86.

Политика оценивания

Оценочные средства дисциплины: домашнее задание, практическое задание, контрольная работа, коллоквиум, экзамен.

В течение семестра необходимо выполнить домашние и практические задания (не менее 75% от общего объема) и контрольную работу №1, что в совокупности является допуском к коллоквиуму. Для допуска к экзамену также необходимо решить контрольные работу № 2.
Максимальное число баллов за курс – 100, минимальное - 60.
Работа на практиках - 15 баллов
Домашние задания - 30 баллов
Контрольная № 1 - 10 баллов
Коллоквиум - 15 баллов
Контрольная № 2 - 10 баллов
Экзамен - 20 баллов
Оценка формируется исходя из количества баллов: от 90 до 100 – «отлично», от 74 до 90 – «хорошо», от 60 до 74 – «удовлетворительно».

Тип самостоятельных заданий

Пример заданий:

Задача 1. Найдите все запрещенные квадрупольные переходы в группе T_d (без конкретного вида компонент, только irreps уровней, для которых точно 0).
Задача 2. Докажите, что для взаимно простых p и q Z_pq изоморфно прямому произведению Z_p и Z_q.