

# Линейная алгебра

**Лекторы:**

Александр Трифанов

**Ассистент:**

Александра Мадунц  
Рамис Хасянов

**Язык:**

Русский

**Трудоемкость:**

7 з.е.

**Форма контроля:**

Экзамен

**Образовательная программа:**

Теоретическая и экспериментальная  
физика

1,2 семестры

Лекции (ак.час)*	Практические занятия (ак.час)	Лабораторные занятия (ак.час)
128	64	
*1 академический час = 45 минутам		

Линейная алгебра является одним из базовых курсов, лежащих в основании математического образования физика. Линейные зависимости — самые простые из всех функциональных зависимостей, встречающихся в природе, и поэтому наиболее глубоко изученные. Идеи линейной алгебры лежат в основе таких разделов науки, как квантовая механика, математическая физика, экстремальные задачи, машинное обучение, эконометрика и многие другие. В рамках курса слушатели изучат свойства систем линейных уравнений, познакомятся с основами матричного и тензорного исчисления, теорией операторов в конечномерном пространстве, аналитической геометрией на плоскости и в пространстве, а также получат представление о функциональном анализе.

## Содержание курса

### Линейная алгебра

#### 1 семестр

#### Структура курса

Разделы	Практика	Лекции (ак.ч.)	Практика (ак.ч.)
<b>1. Алгебраические объекты и операции</b>			
1. Внутренний закон композиции	Структура группы	2	2
2. Полугруппа, моноид, группы		2	
3. Согласование внутренних законов	Арифметика в кольце	2	2
4. Структура кольца. Поле		2	
5. Поле комплексных чисел	Комплексные числа	2	2
6. Кольцо многочленов		2	
7. Алгебра матриц. Определители	Матрицы, определители, системы	2	2
8. Системы линейных уравнений		2	
9. Понятие векторного пространства	Операции с векторами	2	2
10. Операции с векторами		2	
<b>2. Линейная алгебра</b>			
1. Введение. Модуль над кольцом	Однородные и неоднородные СЛАУ	2	2
2. Линейная зависимость векторов		2	
3. Понятие линейного пространства	Линейное пространство	2	2
4. Изоморфизм линейных пр-в		2	
5. Подпространства линейного пр-ва	Подпространства. Сумма и пересечение	2	2
6. Сумма и пересечение под-в		2	
7. Линейные формы	Линейные формы	2	2
8. Преобразование базиса		2	
9. Однородные СЛАУ	Преобразование базиса	2	2
10. Неоднородные СЛАУ		2	
<b>3. Аффинная и проективная геометрии</b>			
1. Понятие аффинного пространства	Объекты аффинного пространства	2	2
2. Плоскости в аффинном пр-ве		2	
3. Аффинная зависимость	Барицентрическая комбинация	2	2
4. Аффинные отображения		2	
5. Аффинно-линейные функции	Аффинные преобразования	2	2
6. Понятие проективного пр-ва		2	
7. Объекты проективного пр-ва	Проективная прямая и плоскость	2	2
8. Задачи проективной геометрии		2	
9. Проективные отображения	Кривые второго порядка	2	2
10. Проективные коники и квадратики		2	

## 2 семестр

### Структура курса

Разделы	Практическое занятие	Лекции (ак.ч.)	Практика (ак.ч.)
<b>1. Полилинейная алгебра</b>			
1. Преобразование координат векторов и линейных форм	Операции с тензорами - 1	2	2
2. Пространство ПЛФ		2	
Симметричные и антисимметричные формы	Операции с тензорами - 2	2	2
3. Произведения ПЛФ		2	
4. Теория определителей	Методы вычисления определителей	2	2
5. Ранг матрицы		2	
6. Преобразование координат ПЛФ	Ранг матрицы	2	2
7. Тензор. Тензорная алгебра		2	
9. Резерв: тензорные произведения линейных пространств	Тензорное произведение пространств	2	2
10. Резерв: тензорные произведения алгебр		2	
<b>2. Теория операторов в конечномерных пространствах</b>			
Линейный оператор. Примеры	Понятие линейного оператора	2	2
Пространство линейных операторов		2	
Алгебра линейных операторов	Алгебра операторов и матриц	2	2
Обратный оператор		2	
Внешняя степень линейного оператора. Определитель линейного оператора	Обратная матрица и обратный оператор	2	2
Инварианты линейного оператора		2	
Спектральный анализ линейного оператора скалярного типа	Спектральная задача для оператора скалярного типа	2	2
Алгебра скалярных и операторных полиномов		2	
Спектральный анализ оператора общего виде	Жорданов базис и приведение оператора к ЖНФ	2	2
Функциональное исчисление операторов		2	
<b>3. Евклидово и унитарное пространства</b>			
Метрические и нормированные пространства	Свойства скалярного произведения	2	2
Скалярное произведение. Основные неравенства		2	
Ортогональность	Ортогональные системы вектоов	2	2
Ортогональные системы векторов		2	
Эрмитовски сопряженный оператор	Операторы в евклидовом пространстве	2	2
Унитарный оператор		2	
Квадратичные формы в линейном пространстве	Приведение квадратичных форм к каноническому виду	2	2
Квадратичные формы в евклидовом пространстве		2	
Матричные разложения	Матричные разложения и их применения	2	2
Применение матричных разложений		2	

### Рекомендуемые ресурсы

Основная литература:

1. Халмош П., Конечномерные векторные пространства, пер. с англ. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. - 264 с.
2. Фаддеев Д.К., Лекции по алгебре, - М.: Наука, 1984. - 416 с.
3. Булдырев В.С., Павлов Б.С., Линейная алгебра и функции многих переменных, Л.: Издательство Ленинградского университета, 1985. - 496 с.

Дополнительная литература:

1. Беллман Р.Э., Введение в теорию матриц, М.: Наука, 1969. - 368 с.
2. Гельфанд И.М., Лекции по линейной алгебре, М.: Добросвет, МЦНМО, 1998. - 320 с.
3. Гантмахер Ф.Р., Теория матриц, 5-е изд. - М.: Физматлит, 2004.- 560с.
4. Шафаревич И.Р., Основные понятия алгебры, Ижевск: Редакция журнала "Регулярная и хаотическая динамика"Ижевская республиканская типография, 1999. - 348 стр. ISBN 5-80806-022-7.
5. Библиотечка Квант. Выпуск 061. Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс, М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1987. - 160 с. - (Библиотечка Квант. Выпуск 61).
6. Филиппов А.Ф., Сборник задач по дифференциальным уравнениям, М.: Интеграл-Пресс, 1998. - 208 с. - ISBN 5-89602-010-4.

Задачники:

1. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1977
2. Глазман И.М., Любич Ю.И. Конечномерный линейный анализ в задачах. М.: Наука, 1969

## Политика оценивания

**Оценочные средства дисциплины: домашнее задание, контрольная работа, рубежное тестирование, коллоквиум, экзамен.**

На еженедельной основе студенты получают домашнее задание, состоящее из нескольких задач.

В течение каждого семестра необходимо написать две контрольные работы (одна до коллоквиума, вторая после), полностью решив все задания. Рубежное тестирование проводится до коллоквиума и по сути является его практической частью. Коллоквиум проводится на девятой неделе обучения. Экзамен проходит в конце семестра, состоит из двух вопросов.

Оценка за семестр выставляется с учетом общей успеваемости за семестр: вычисляется средним арифметическим экзамена и коллоквиума, где итоговые баллы распределяются следующим образом:

60-67 удвл (E); 67,1-74 удвл (D); 74,1-83 хор (C); 83,1-90 хор (B); 90,1-100 отл (A)